

УДК 631.438+ 539.122.164

<https://doi.org/10.31073/ecobezpeka202508-014>

ОЦІНКА ГАММА-ВИПРОМІНЮВАННЯ ҐРУНТОВОЇ ТОВЩІ З НЕОДНОРІДНИМ РОЗПОДІЛОМ РАДІОНУКЛІДІВ ЗА ГЛИБИНОЮ

Попов О. О.¹, Кочелаб Є. В.¹, Пилипчук Є. В.¹, Сідельов А. В.¹, Толстой І. А.²¹Центр інформаційно-аналітичного та технічного забезпечення моніторингу об'єктів атомної енергетики НАН України, 03142, м. Київ, пр. Академіка Палладіна, 34а²Державний університет «Житомирська політехніка», 10005, Україна, м. Житомир, вул. Чуднівська, 103

Радіоактивні матеріали вже давно стали невід'ємними супутниками розвитку людської цивілізації, що стимулює сталий інтерес до глибокого вивчення природи радіоактивності, широкого впровадження унікальних можливостей іонізуючого випромінювання та розробки методів захисту від небезпечних впливів радіації. Ці дослідження пов'язані із оцінкою гамма випромінювання ґрунтової товщі, яка характеризується неоднорідним розподілом джерел радіації. Як свідчать експериментальні результати, залежність радіоактивності від глибини не є сталою, а може описуватись унімодальною функцією. З математичної точки зору, це ускладнює побудову аналітичних залежностей у проблемах оцінки радіоактивності ґрунтів за допомогою детекторів, які розташовані над їх поверхнею. Тоді для розв'язання таких задач залучають наближені методи. Зокрема, у роботі пропонується викори-

стати підхід, який ґрунтується на апроксимації профілю розподілу потоку випромінювання з глибиною за допомогою ступінчатих функцій. Це дозволяє виразити кінцевий результат у формі скінченної лінійної комбінації значень узагальненої функції. Застосування такого підходу демонструється на прикладі експериментальних даних про розподіл.

Також у роботі здійснюється ретельний аналіз впливу заміни неперервної функції на її ступінчату апроксиманту шляхом порівняння числових та аналітичних досліджень. Отримані у роботі результати можуть бути корисними для розробки обернених задач спектрометрії, удосконалення методів дистанційного моніторингу радіоактивних полів, тощо.

Ключові слова: радіоактивне забруднення, гамма випромінювання, гамма-спектрометрія, радіологічний контроль.

ASSESSMENT OF GAMMA RADIATION IN SOIL WITH HETEROGENEOUS DISTRIBUTION OF RADIONUCLIDES OVER DEPTH

Popov Oleksandr, Kochelab Yevheniia, Pylypchuk Ievhen,
Sidelov Andrii, Tolstoy Igor

Radioactive materials have long been an integral part of human civilization, stimulating ongoing interest in the in-depth study of the nature of radioactivity, the widespread implementation of the unique capabilities of ionizing radiation, and the development of methods to protect against the dangerous effects of radiation.

These studies are related to the assessment of gamma radiation in the soil layer, which is characterized by an inhomogeneous distribution of radiation sources.

As experimental results show, the dependence of radioactivity on depth is not constant and can be described by a unimodal function. From a mathematical point of view, this complicates the construction of analytical dependencies in problems of soil radioactivity assessment using detectors located above their surface. In such cases, approximate methods are used to solve these problems. In particular, these studies propose an approach based on approximating the radiation flux distribution profile with depth using step functions.

This allows the final result to be expressed as a finite linear combination of the values of the generalized function. The application of this approach is demonstrated using experimental distribution data. The research also provides a detailed analysis of the effect of replacing a continuous function with its stepwise approximation by comparing numerical and analytical studies. The results obtained in the research can be useful for solving inverse spectrometry problems, improvement of methods for remote monitoring of radioactive fields, etc.

Keywords: radioactive contamination, gamma radiation, gamma spectrometry, radiological monitoring.

Постановка проблеми

Радіоактивні матеріали знайшли своє широке застосування у медицині, енергетиці, військовій справі, пошуку мінеральних ресурсів, неруйнівної діагностики, організації заходів безпеки, тощо [1,2,3,7]. Однак разом з корисними застосуваннями таких матеріалів, ми стикаємось з проблемами захисту живих організмів від іонізуючого випромінювання.

Звичайно, невеликі та короткодійні дози радіації не спричиняють значної шкоди організмам, що дозволяє працювати із захищеними джерелами радіації.

Проблеми виникають, коли відбувається масштабне розповсюдження радіоактивних матеріалів на значній території, навіть не обов'язково сильно радіоактивних.

Прикладом таких ситуацій є аварії на атомних станціях Чорнобиля та Фукусіми, до зони забруднення яких прикута увага вчених всього світу з метою вивчення наслідків опромінення на навколишнє середовище. Уявлення про вплив Чорнобильської АЕС можна скласти за результатами робіт наприклад [3,4,5].

В умовах таких масштабних подій основна частина забруднюючих радіонуклідів потрапляє у ґрунти, де зберігається надзвичайно довго на відміну від повітря чи водних систем [6,15,16].

Тому ґрунти, їх стан забруднення та методи очищення є об'єктами багатьох теоретичних та прикладних досліджень, включно з гамма-спектроскопією [1,16,18,19].

Зокрема, нас цікавить оцінка гамма випромінювання забрудненого ґрунту, а саме теоретичний аспект побудови такої оцінки.

Актуальність дослідження

Отже, з огляду на небезпеку, яку становить радіаційне забруднення для екології довкілля та проживання великих груп людей поблизу радіаційно забруднених територій, вивчення теоретичних основ поширення потоків заряджених частинок та гамма-квантів є життєво необхідним завданням.

Зазначимо також, що розвиток сучасних методів аналізу даних за допомогою нейромереж та вдосконалення обчислювальних можливостей значно поглибили моніторинг радіоактивних об'єктів у всіх його аспектах. Все ж удосконалення опису простих випромінюючих об'єктів і поглибленого аналізу їх властивостей все ще залишається важливим, оскільки сприяє правильному розумінню фізики процесів, розвитку контролю і калібрування установки, формування теоретичних основ спектрометрії, а також ставить перед суміжними галузями науки нові завдання.

Як відомо [1,2,15], найпростіші моделі для опису інтенсивності поширення гамма квантів були розроблені для точкових джерел, найпростіших плоских поверхонь та симетричних тіл. До того ж розподіл джерел випромінювання приймався однорідним або апроксимувався зручними для аналізу функціями. Складні випадки зазвичай аналізувались числовими методами.

Мета роботи

Розробити аналітичний підхід до оцінки радіоактивності ґрунту з урахуванням неоднорідності розподілу джерел випромінювання з глибиною.

Виклад основного матеріалу

Відправною точкою для оцінки моноенергетичного нерозсіяного гамма-потoku, випромінюваного точковим джерелом, є відомий експоненційний закон для інтенсивності I гамма потоку [1,2,7,12]:

$$I = \frac{q}{4\pi r^2} \exp\left(-\int_0^r \mu(s) ds\right),$$

де q – активність джерела, r – відстань від джерела випромінювання до точки спостереження, μ – коефіцієнт згасання.

Інтегруючи співвідношення для точкового джерела в деякій просторовій області, можна оцінити гамма-поле, створене плоским джерелом. Наприклад, коли ми маємо справу з тонкою радіоактивною плівкою, то інтенсивність гамма-потoku I , оцінена на висоті h від неї (з урахуванням стратифікації середовища за коефіцієнтом ослаблення променів), обчислюється за таким співвідношенням:

$$I = \frac{q}{2} E_1\left(\sum_{i=1}^k h_i \mu_i\right), \quad (1)$$

де функція $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt = \int_0^{\frac{e^{-x}}{x}} \frac{e^{-x/u}}{u} du$ є експоненціальним інтегралом першого роду; h_i – товщини паралельних шарів, що лежать над плівкою ($h = \sum_{i=1}^k h_i$); q – коефіцієнти ослаблення для шарів.

Дійсно, розглядаючи радіоактивну плівку (Рис.1) з поверхневою радіоактивністю q (Бк/м²), інтенсивність гамма-потoku I можна записати у такій формі

$$I = \int_0^d \frac{q}{4\pi r^2} \exp\left(-\sum_{i=1}^k r_i \mu_i\right) dS$$

де dS – елемент площі плівки. Такі інтеграли зручно обчислювати у полярній системі координат на площині ($x = R \cos \varphi$, $y = R \sin \varphi$), тоді

$$I = \int_0^d \int_0^{2\pi} \frac{q}{4\pi r^2} \exp\left(-\sum_{i=1}^k r_i \mu_i\right) R dR d\varphi$$

Інтегруючи по змінній φ та враховуючи, що $r_i = h_i / \cos \alpha$, $r = h / \cos \alpha$, $R = h \tan \alpha$ (Рис.1), отримаємо

$$I = \frac{q}{2} \int_0^1 \frac{1}{u} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^k h_i \mu_i}{u}\right) du \equiv \frac{q}{2} E_1\left(\sum_{i=1}^k h_i \mu_i\right)$$

де $u = \cos \alpha$.

Для оцінки гамма-потoku товстого шару радіоактивного матеріалу товщиною d на висоті H від

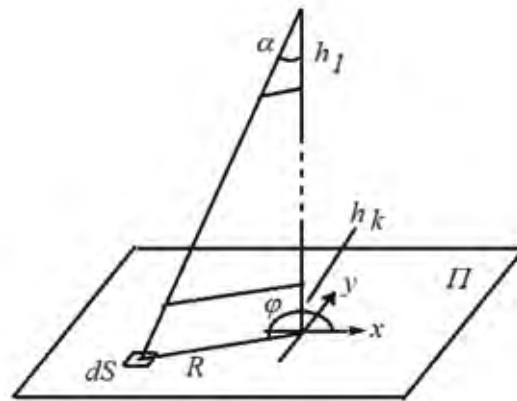


Рисунок 1. Схема оцінки гамма-поля для плоскої радіоактивної плівки (площина Π)

*Джерело: розроблено авторами

нього розглядатимемо його як сукупність тонких плівок, що дозволяє використати співвідношення (1) та проінтегрувати його за вертикальною координатою z . У результаті перетворень отримаємо наступне співвідношення

$$I = \int_0^d \frac{q}{2} E_1(\mu H + v(d-z)) dz \quad (2)$$

де v і μ – коефіцієнти ослаблення для матеріалу прошарку і середовища поза ним відповідно.

Коли активність джерела q є сталою або деякою елементарною функцією z , співвідношення (2) можна представити в аналітичній формі. Наприклад, коли $q = q_0 = const$, з (2) випливає

$$I = \frac{q_0}{2v} E_2(\mu H + v(d-z)) \quad (3)$$

де $E_2(x) = x \int_x^\infty t^{-2} e^{-t} dt$ – експоненціальний інтеграл другого роду. В інших випадках, як правило, слід застосовувати альтернативні методи.

У цьому дослідженні розробляється напіваналітичний підхід для обчислення інтеграла (2), коли q є функцією z . На сьогодні зібрано значний обсяг експериментального матеріалу щодо розподілу радіонуклідів за глибиною, які відображають його неоднорідний характер [5, 13, 14, 17, 19]. Як правило для опису такого розподілу в гамма спектроскопії розглядається функція $v(\zeta)$ (Бк/кг), де ζ визначається у термінах маси ґрунту, що знаходиться над точкою спостереження, тобто $\zeta = \int_0^z \rho(s) ds$ (кг/м²).

Як зазначено у роботі [14], така функція характеризується кількома очевидними властивостями: має описувати профіль з несиметричним максимумом, містити не більше трьох параметрів та прямувати до нуля на великих глибинах. З поміж можливих аналітичних представлень функції $v(\zeta)$ часто використовують $v = (B_1 \zeta + B_2) e^{-\alpha \zeta}$ або функція Лоренца

$$v = \frac{A_1}{(A_2 - \zeta)^2 + A_3^2}$$

Надалі ми використовуємо саме функцію Лоренца, вибравши значення параметрів, які визначені експериментально та вказані у роботі [13]:

$$A_1 = 5.96 \text{ Бк} \cdot \text{г} \cdot \text{см}^{-4}, A_2 = 3.62 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2}, A_3 = 7.00 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2}.$$

У своїх дослідженнях ми використовуємо величини (Бк·м⁻²) та (м) тому перейдемо від функції $v(z)$ до q , використовуючи співвідношення $q = \rho v(\rho z)$, де ρ – густина ґрунту, яку ми приймемо сталою, тобто $\rho = 1.5 \text{ г/см}^3$ (перший множник ρ зумовлений переходом до змінної z в диференціалі dz інтегралу (2). Тож по суті усі параметри $A_{1,2,3}$ слід поділити на густину ґрунту, що приводить нас до наступного виразу

$$q = \frac{a_1}{(a_2 - z)^2 + a_3^2} \quad (4)$$

де $a_{1,2,3} = A_{1,2,3} \rho^{-1}$ (Рис.2, суцільна крива).

Отже, з метою оцінки інтеграла (2) застосуємо підхід, розроблений у роботах [7,8,9], що базується на представленні [10,11] функції $q(z)$ у вигляді лінійної комбінації ступінчастих функцій.

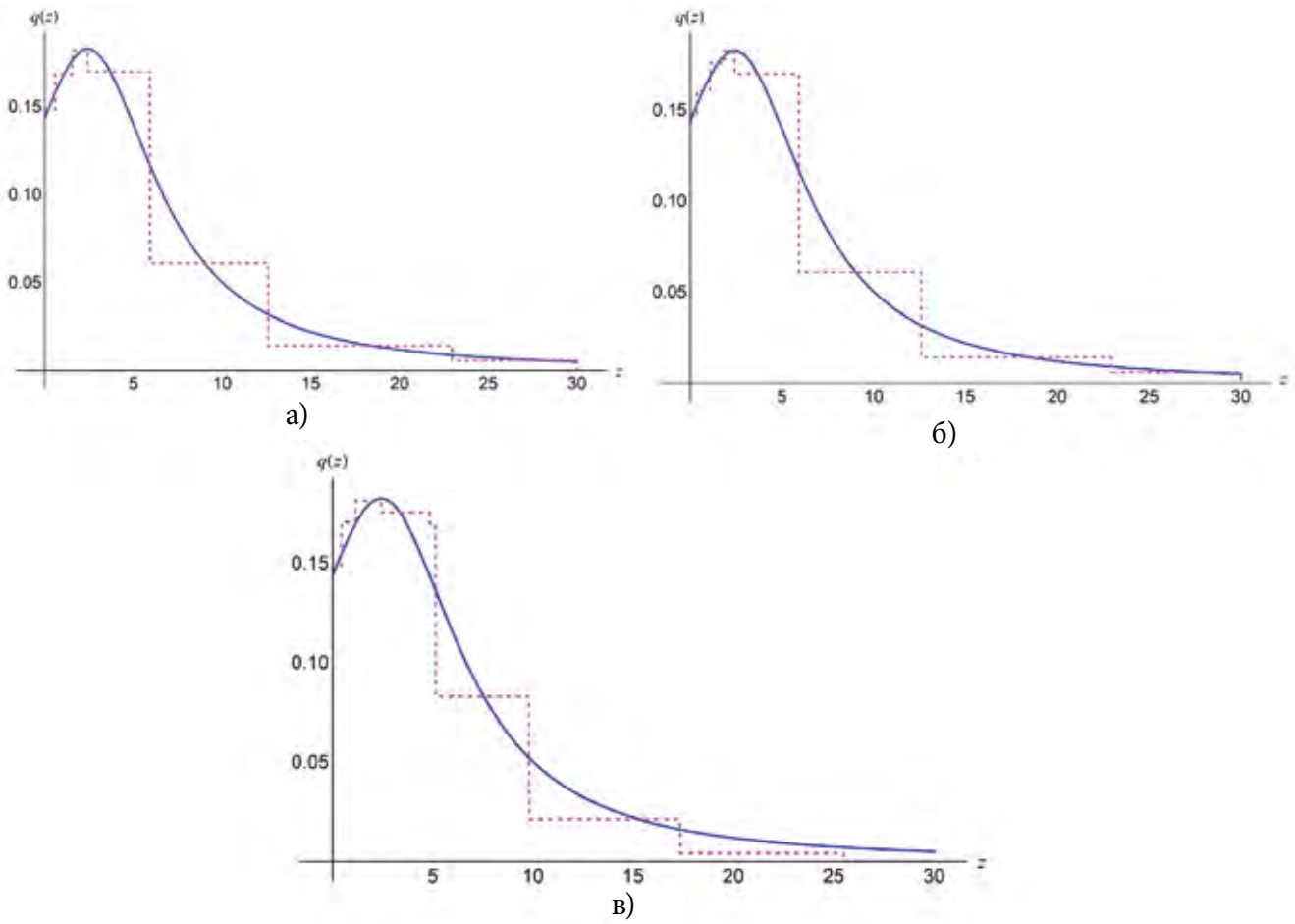


Рисунок 2. Графік функції $q(z)$ (суцільна крива) та її наближення ступінчатою функцією (пунктирні криві) при $N = 3$ (а), $N = 4$ (б) та $N = 5$ (в)

*Джерело: розроблено авторами

Застосовуючи його до виразу (2), припустимо, що функція $q(z)$ визначена в інтервалі $[0;d]$ і існують числа $\gamma_n = \int_0^d z^n q(z) dz < \infty$. Далі нехай $d_i, i = 0, 1, \dots, N$ ($d_0 = 0, d_N = d$) – розбиття області визначення $[0;d]$. Припустимо, що існують такі числа φ_i що справедливе наступне представлення

$$\tilde{q}_N(z) = \varphi_1(\theta(z - d_0) - \theta(z - d_1)) + \dots + \varphi_N(\theta(z - d_{N-1}) - \theta(z - d_N)) \quad (5)$$

де $\theta(z)$ – функція Хевісайда ($\theta(z)$ дорівнює 0 для від’ємного z і 1 для додатного z).

Щоб отримати обмеження на величини $\varphi_{1, \dots, N}$ і $d_{1, \dots, N-1}$ (нагадаємо, що d_N фіксоване), помножимо співвідношення (4) на $(n+1)z^n, n = 0, \dots, 2N-1$ і кожна з них інтегрується по $[0;d]$. Отримані нелінійні алгебраїчні рівняння можна представити у вигляді наступної системи [7]

$$\begin{aligned} \varphi_1 d_1 + \varphi_2 (d_2 - d_1) + \dots + \varphi_N (d - d_{N-1}) &= \gamma_0, \\ \varphi_1 d_1^2 + \varphi_2 (d_2^2 - d_1^2) + \dots + \varphi_N (d^2 - d_{N-1}^2) &= 2\gamma_1, \\ \dots \\ \varphi_1 d_1^{2N-1} + \varphi_2 (d_2^{2N-1} - d_1^{2N-1}) + \dots + \varphi_N (d^{2N-1} - d_{N-1}^{2N-1}) &= (2N-1)\gamma_{2N-2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Розв’язок цієї системи дає нам розбиття інтервалу $[0;d]$ та вагові коефіцієнти для ступінчастих функцій.

Отже, існує природне обмеження для d_i . Вони повинні лежати в інтервалі $[0;d]$, тобто $0 < d_i < d$. Зазначимо також, що система (5) має розв’язок $\{d_1, \dots, d_{N-1}\}$, тоді будь-яка перестановка d_i також є розв’язком (φ_i не зберігаються).

Застосуємо вказану процедуру до наближення функції $q(z)$, приймаючи $N = 3, 4, 5$.

Зокрема, розглядаючи більш детально випадок $N = 3$, необхідно розв’язати наступну систему із п’яти рівнянь, яка впливає із системи (6), відносно $\varphi_{1,2,3}$ і $d_{1,2}$.

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 d_1 + \varphi_2 (d_2 - d_1) + \varphi_3 (d - d_2) &= \gamma_0, \\
 \varphi_1 d_1^2 + \varphi_2 (d_2^2 - d_1^2) + \varphi_3 (d^2 - d_2^2) &= 2\gamma_1, \\
 \varphi_1 d_1^3 + \varphi_2 (d_2^3 - d_1^3) + \varphi_3 (d^3 - d_2^3) &= 3\gamma_2, \\
 \varphi_1 d_1^4 + \varphi_2 (d_2^4 - d_1^4) + \varphi_3 (d^4 - d_2^4) &= 4\gamma_3, \\
 \varphi_1 d_1^5 + \varphi_2 (d_2^5 - d_1^5) + \varphi_3 (d^5 - d_2^5) &= 5\gamma_4.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Величини $\varphi_{1,2,3}$ входять до системи лінійно, що загалом дозволяє звести систему до меншої кількості рівнянь за допомогою формул Крамера, але це не дуже спрощує розв'язання системи. Тому використаємо числові засоби розв'язання нелінійних алгебраїчних систем, які пропонуються у пакеті прикладних програм Mathematica 12. Зокрема, можна використати команду NSolve[], яка для з опцією «Reals» дозволяє отримати дійсні розв'язки поліноміальної системи, які задовольняють умови задачі: розв'язки додатні, а $d_{1,2}$ потрапляють в інтервал $[0;d]$. Для більших при застосуванні NSolve[] часто отримуються сторонні корені, тоді корисною є команда FindRoot[], за допомогою якої при підборі вдалив початкових умов для пошуку розв'язку можна отримати потрібний розв'язок системи.

Для побудови ступінчастої апроксиманти немонотонної функції $q(z)$, інтервал $[0;d]$ абсцисою критичної точки z_{cr} розбивався на два інтервали $[0;z_{cr}]$ та $[z_{cr};d]$. Для зменшення обсягів обчислень,

процедуру побудови ступінчастої функції побудовано для інтервалу виду $[0;L]$, а всі інші інтервали монотонності приводяться до вигляду $[0;L]$ за допомогою відповідного лінійного перетворення. Наприклад, щоб побудувати наближення в інтервалі $[z_{cr};d]$ спочатку зсунемо спадну частину графіка $q(z)$ вздовж горизонтальної осі на величину z_{cr} , аналізуючи надалі функцію $Q(z) = q(z + z_{cr})$. Після розв'язання системи (6) слід повернутись до вихідних значень аргументу за допомогою зворотного перетворення (додавши до значень d_i величину z_{cr}).

Отже, наближаючи криву (4) ступінчастою апроксимантою з $N = 3$ точками поділу кожного інтервалу монотонності за допомогою вище описаної процедури, отримаємо параметри, значення яких приведено у Таблиці 1. Порівняння кривої (4) та апроксиманти \tilde{q}_3 зображено на Рис.2а. Аналогічні обчислення проведено для $N = 4$ (Таблиця 2) та $N = 5$ (Таблиця 3). На рисунках 2б та 2в здійснено порівняння отриманих апроксимант з кривою (4). Варто зазначити, що із зростанням N стає усе складніше знайти коректний розв'язок нелінійної системи (6), яка стає усе більш багатомірною. Тому можна рекомендувати зупинитись на малих N або ретельно підбирати початкові умови для запуску ітераційної процедури пошуку коренів у системі Mathematica 12.

Таблиця 1

Значення розв'язків системи (7) для $N = 3$

Гілки $q(z)$	φ_1	φ_2	φ_3	d_1	d_2
↗	0,1484	0,1615	0,1817	1,5521	0,5796
↘	0,1593	0,1338	0,0066	15,6533	4,8255

* Позначки «↗» та «↘» відповідають зростаючій та спадній гілці функції $q(z)$ відповідно.

* Джерело: розроблено авторами

Таблиця 2

Значення розв'язків системи (6) для $N = 4$

Гілки $q(z)$	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	d_1	d_2	d_3
↗	0,1467	0,1531	0,1681	0,1821	1,8359	1,0779	0,3709
↘	0,1702	0,1234	0,0144	0,0059	10,1803	3,5136	20,5333

* Джерело: розроблено авторами

Таблиця 3

Значення розв’язків системи (6) для N = 5

Гілки $q(z)$	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	d_1	d_2	d_3	d_4
\nearrow	0,1475	0,1474	0,1706	0,1812	0,1813	2,9607	0,4287	1,1375	2,9413
\searrow	0,1754	0,0885	0,0266	0,0097	0,0056	2,7127	7,3875	14,9185	23,0651

*Джерело: розроблено авторами

Таблиця 4

Значення Δ_n

n	3	4	5
Δ_n	0,024	0,015	0,012

*Джерело: розроблено авторами

Контроль наближення функції $q(z)$ її апроксимантами $\tilde{q}_n(z)$ здійснювався шляхом обчислення відхилення

$$\Delta_n = \int_0^d (q(s) - \tilde{q}_n(s))^2 ds.$$

Результати обчислення відхилення подано в Таблиці 4.

При $q = \tilde{q}_k$, визначеному формулою (4), інтеграл (2) перетворюється на співвідношення

$$\tilde{I} = \frac{q_0}{2\nu} \sum_{i=1}^k \varphi_i E_2(\mu H + \nu(d-z)) \Big|_{d_{i-1}}^{d_i} \quad (8)$$

де $d_0 = 0, d_N = d$.

Для порівняння точного значення I , яке визначається інтегралом (2) та його наближення \tilde{I} , оцінене за допомогою виразу (8), зобразимо залежність цих величин від висоти H на Рис. 3. Інтеграл (2) обчислювався числовим способом засобами пакету *Mathematica 12* при фіксованих параметрах $\mu = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$, $\nu = 0,111 \text{ см}^{-1}$ і $d = 30 \text{ см}$, взятих з роботи [12].

Побудувавши апроксимацію $\tilde{q}_3(z)$, можна обчислити інтеграл (2) за формулою (8) та порівняти оцінку з точним значенням, яке обчислюється за формулою (7). Результат порівняння зображено на рис.3, де добре видно, що, починаючи вже з третього наближення $\tilde{q}_3(z)$, досягається досить добре узгодження результатів.

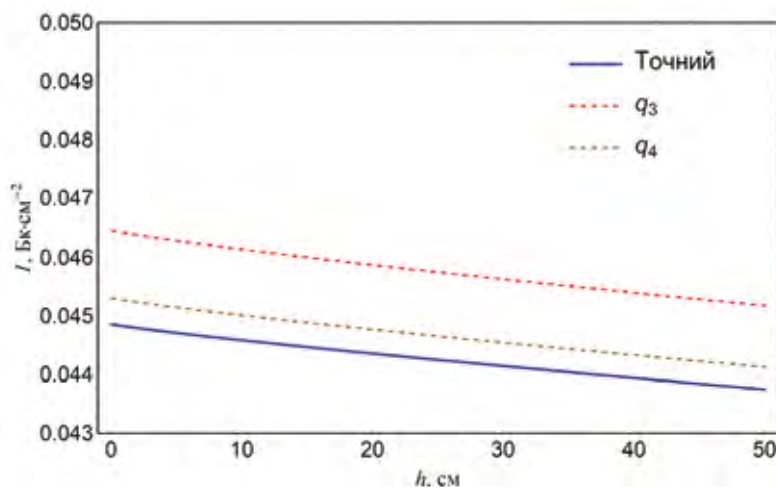


Рисунок 3. Порівняння інтеграла (2), обчисленого числовим способом («точний» результат, суцільна крива), та апроксимант $\tilde{q}_{3,4}$ (пунктирні криві), обчислених за допомогою виразу (8)

*Джерело: розроблено авторами

Висновки

Отже, у цьому дослідженні розглядалось задача про оцінку інтенсивності гамма-випромінювання ґрунтової товщі, коли розподіл джерел радіоактивності є неоднорідним і, як свідчать відомі експериментальні дані, може бути описаний унімодальною неперервною функцією. Використовуючи напіваналітичний підхід, коли вихідну функцію активності апроксимують лінійною комбінацією ступінчатих функцій (по суті апроксимують неоднорідний ґрунт шаруватим середовищем), у роботі було отримано аналітичний вираз для наближеної оцінки інтенсивності гамма-потоків.

Порівняння наближених і точних (числових) значень інтенсивності випромінювання показав їх чудове співпадіння навіть при малих кількостях точок розриву ступінчатої функції.

Список використаних джерел

1. Коган Р.М., Назаров И.М., Фридман Ш.Д. Основы гамма-спектрометрии природных сред. Москва: Энергоатомиздат, 1991. 232 с.
2. Израэль Ю.А., Стукин Е.Д. Гамма-излучение радиоактивных . Москва: Атомиздат, 1967. 224 с.
3. Израэль Ю.А. Радиоактивные выпадения после ядерных взрывов и аварий. Санкт-Петербург: Прогресс-Погода, 1996. 355 с.
4. Корбут Г. О., Положенець В. М., Сіренький С. П., Ремезова О. О., Трембіцький В. А. Вплив ландшафтного фактора на радіаційну ситуацію в забрудненому радіонуклідами регіоні Житомирського Полісся. Вісник ДААУ. Проблеми аграрної, лісової та інженерної радіоекології і питання моніторингу. 2001. № 1. С. 160–171.
5. Varley A., Tyler A., Dowdall M., Bondar Yu., Zabrotski V. An in situ method for the high resolution mapping of ^{137}Cs and estimation of vertical depth penetration in a highly contaminated environment. *Science of the Total Environment*. 2017. Vol. 605–606. P. 957–966. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.scitotenv.2017.06.067>
6. Кобец С. А., Федорова В. М., Пшинко Г. Н., академик НАН Украины Гончарук В. В. Влияние природной модификации поверхности глинистых компонентов почв на десорбцию цезия. *Доповіді Національної академії наук України*. 2015. №11. С. 82–90. DOI: <https://nasu-periodicals.org.ua/index.php/dp/article/view/15374/14474>
7. Popov, O., Skurativskyi, S., Molitor, N., Koniushkov, A., Fomichova, O., Svitlyshin, I. Improvement in the evaluation of gamma radiation from cylindrical bodies with spatially inhomogeneous source activity distribution. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2024. Vol. 1415. P. 012086. DOI: 10.1088/1755-1315/1415/1/012086
8. Попов О.О., Скуратівський С.І., Коваленко О.М., Мартинюк І.Д. Оцінка гамма випромінювання циліндричних тіл з неоднорідно розподіленими джерелами радіоактивності. Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології у виробництві та освіті: стан, досягнення, перспективи розвитку: матеріали Всеукраїнської науково-практичної Internet-конференції, 11-17 березня 2024 р. Черкаси : ЧНУ Богдана Хмельницького, 2024.
9. Попов О.О., Скуратівський С.І., Пилипчук Є.В., Куценко В.О., Краснов Є.Б. Оцінка гамма випромінювання тіл з просторово неоднорідним розподілом джерел радіоактивності. Сталый розвиток: виклики та реалії здійснення (Україна-світ) : збірник матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів і молодих вчених, м. Івано-Франківськ, 22 травня 2024 р. Відповід. за вип.: Т.М. Яцишин, Г.М. Грицуляк. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2024. С. 26–30.
10. Vakhnenko V., Danylenko V., Michtchenko A. Diagnostics of the medium structure by long wave of finite amplitude. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2000. Vol. 35. P.1105–1113. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(99\)00082-7](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(99)00082-7)
11. Vakhnenko V. Wave dynamics of the structured media with relaxation. Lambert Academic Publishing, 2015. 173 p. <http://www.igph.kiev.ua/vakhnenko/02.03.2016/book-Vakhnenko.pdf>
12. Попов О., Скуратівський С., Ковач В., Рибка Є., Грицуляк Г., Марцева Л. Оцінка інтенсивності гамма-випромінювання шаруватого ґрунтового масиву. *Журнал фізичних досліджень*. 2024. №4(28). 4801. <https://doi.org/10.30970/jps.28.4801>
13. Hillmann U., Schimmack W., Jacob P.,

Bunzl K. In situ γ -spectrometry several years after deposition of radiocesium Part I. Approximation of depth distributions by the Lorentz function. *Radiation and Environmental Biophysics*. 1996. Vol. 35. P. 297–303. DOI: <https://doi.org/10.1007/s004110050043>

14. Kastlander J., Bargholtz Ch. Efficient in situ method to determine radionuclide concentration in soil. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2005. Vol. 547(2–3). P. 400–410. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2005.03.143>

15. Laedermann J.-P., Byrde F., Murith C. In-Situ gamma-ray spectrometry: the influence of topography on the accuracy of activity determination. *Journal of Environmental Radioactivity*. 1998. Vol. 38(1). P. 1–16. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0265-931X\(97\)00025-8](https://doi.org/10.1016/S0265-931X(97)00025-8)

16. ICRU Report 53: Gamma-Ray Spectrometry in the Environment (International Commission on Radiation Units and Measurements). Maryland: ICRU, 1994. 84 p.

17. Md Moudud Hasan, Bart Rogiers, Eric Laloy, Jos Rutten, Johan Camps, Tim Vidmar, Marijke Huysmans. Soil radioactivity-depth profiles from regularized inversion of borehole gamma spectrometry data. *Journal of Environmental Radioactivity*. 2022. Vol. 243. P. 106807. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvrad.2021.106807>

18. Singla A., Dhingra N. Investigation of impact of soil texture, depth and gamma ray energy on the mass attenuation coefficient and determination of soil bulk density using Gamma-Ray Spectrometry. *Radiation Physics and Chemistry*. 2024. Vol. 216 P. 111400. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2023.111400>

19. Lettner H., Andradi A., Hubner A.K., Lovranich E., Steger F., Zombori P. In situ gamma-spectrometry intercomparison exercise in Salzburg, Austria. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 1996. Vol. 369 (2–3). P. 547–551. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(96\)80048-9](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(96)80048-9)